経験則に従った現象の復元に向けて
非線形微分方程式による解析

茨城大学 Ibaraki University

数学選修　教授　梅 津 健一郎

単純化された数理モデルを非線形形理論により解明する

物理量の時間および位置に対する「瞬間的な」変化の割合を考えます。それと対象の物理量との間の釣り合いの式が微分方程式です。経験則は微分方程式において物理量からなる非線形反応項として与えられます。

これまで反応項は空間局所的要因がよく研究されていましたが、近年、非局所的な要因が研究対象として盛んです。非局所的とは集団全体から決まる要因で、解析的には物理量の定積分で定式化されます。

全体の振る舞いが個にどう作用するかという問題は、日常生活における人の振る舞いを想像しても非常に興味深いです。私はこれまでの個の振る舞いが現象にどう作用するかという局所的な考察から非局所的な考察へ研究を発展させたいと思っています。

最近はどんな研究をしているの？

空間領域の境界を沿岸に見立てて境界における収穫モデル（boundary harvesting model）を考察しています。2019年に Grass, Uecker, Upmann が沿岸漁業収穫モデルを提唱しました。彼らはコブ・ダグラス型生産関数を論拠にして境界収穫の現象を非線形境界条件を用いて解析的に定式化しました。コブ・ダグラス型生産関数は経済学における概念であり、資本量と労働量がもたらす生産量を記述します：

収穫 $h = u^q k^{1-q}$（$u > 0$ 魚量，$k > 0$ 収穫効果）

私は領域内部では人口動態論で基本的な経験則であるロジスティック成長則を仮定して非線形微分方程式の解析を行い、解析的に重要なテーマである解の存在、一意性、多重性、および安定性を研究しました。また得られた結果の現象への解釈を行いました。特に、収穫効果について魚量の安定的生存と急激な崩壊を分ける臨界値の存在を推測することができました。本研究は科研費・基盤（C）（研究代表者 梅津健一郎 課題番号 23K03162）の補助を受けて遂行されています。

科学研究費補助金による研究成果

2015–2017, 2018–2023 に南米チリ、アルゼンチンの研究者を研究協力者に迎えて、劣線形反応項および凹凸混合型反応項をもつ非線形偏微分方程式について国際共同研究を行いました。得られた研究成果は次のサーベイ論文に著されました。

（科研費・基盤（C）：研究代表者 梅津健一郎 課題番号 15K04945 18K03353）

非線形解析が目指すところ

現象は非線形です。昨日があって今日があり、そして明日がやってきますが、明日は今日の繰り返しではありません。つまり、重ね合わせではありません。その見地から非線形解析では方程式の解の定性的定量的な側面を解明していくことに意義が求められています。特に物理的パラメータ値について中間的な状態を解析することは大きな困難を伴うと同時にチャレンジングなテーマです。